

Anleihen

Autor: Felix Heckert

Festverzinsliche Anleihen

$LA = LP \cdot a_{\overline{n} i}$ $LP = \frac{LA}{a_{\overline{n} i}}$	<p>LP: Rückzahlung (loan payment) LA: Anleihen-Betrag (loan amount) $a_{\overline{n} i}$: Barwert einer Annuität (Annuity-Immediate) mit einer Zinsrate i i: Effektive Zinsrate pro Zahlungsperiode n: Anzahl an Rückzahlungen</p>
---	---

Bestimmung des noch ausstehenden Anleihenbetrags

Prospective method	Retrospective method	Successive value method
$LB(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t = 0 \\ LP \cdot a_{\overline{(n-t)} i} & \text{if } 0 < t \leq n \end{cases}$ <p>Der noch ausstehende Anleihenbetrag, direkt nach der Rückzahlung zum Zeitpunkt t, ist der Barwert der noch ausstehenden Rückzahlungen.</p>	$LB(t) = LA \cdot (1+i)^t - LP \cdot s_{\overline{t} i}$ <p>if $0 \leq t \leq n$</p> <p>Der noch ausstehende Anleihenbetrag, direkt nach der Rückzahlung zum Zeitpunkt t, ist der Betrag, der zu Beginn der Laufzeit geliehen und bis t aufgezinst ist, abzüglich des akkumulierten Werts der Rückzahlungen, die vom Beginn bis Zeitpunkt t gezahlt wurden.</p>	$LB(t+1) = LB(t) + LA(t) + LI(t+1) - LP(t+1)$ $LA(t) = \begin{cases} LA & \text{if } t = 0 \\ 0 & \text{if } 0 < t \leq n \end{cases}$ $LI(t+1) = [LB(t) + LA(t)] \cdot i$ <p>Der noch ausstehende Anleihenbetrag zum Zeitpunkt $t+1$ ist der ausstehende Anleihenbetrag am Ende der vorherigen Periode ($=t$), zuzüglich geliehener Betrag zu Beginn der Periode ($=t$), zuzüglich Anleihen-Zinsen, die von t bis $t+1$ verdient wurden, abzüglich der Rückzahlung am Ende von Periode $t+1$.</p>
<p>LB(t): Noch offenstehender Anleihenbetrag zum Zeitpunkt t (loan balance) LA(t): Anleihenbetrag zum Zeitpunkt t (loan amount) LI(t+1): Anleihen-Zinsen, verdient zwischen t und $t+1$, gezahlt zum Zeitpunkt $t+1$ (loan interest)</p>		

Amortisations-Zeitplan

Ein Amortisations-Zeitplan ist eine Tabelle, die die Aufteilung jeder Zahlung in Rückzahlung des Kapitals und Zinszahlung aufzeigt.

t	Zahlung	Kapitalanteil	Zinsanteil
0			
1			
2			

Berechnung des Kapitalanteils und des Zinsanteils von Rückzahlungen

LPR(t+1): Kapitalrückzahlung zum Zeitpunkt $t+1$

$$LPR(t+1) = [LB(t) + LA(t)] - LB(t+1)$$

$$LI(t+1) = i \cdot LP \cdot a_{\overline{(n-t)}|i}$$

$$LPR(t+1) = LP \cdot v^{n-t} = LP \cdot a_{\overline{(n-t)}|i} - LP \cdot a_{\overline{(n-t-1)}|i}$$

LP: Rückzahlung (loan principal)

LPR: Anleihen-Kapital (loan principal repayment)

LI: Anleihen-Zinsen (loan interest)

Tilungsfreies Darlehen

Ein tilungsfreies Darlehen ist eine Anleihe, bei der der gesamte Betrag geliehen und in einer Zahlung am Ende der Laufzeit zurückgezahlt wird. Am Ende jeder Zinsperiode zahlt der Kreditnehmer dem Kreditgeber nur den Betrag der Zinsen, die während der Zahlungsperiode verdient wurden.

Bestimmung der Rückzahlung

$LP(t+1) = \begin{cases} LI(t+1) & \text{if } 0 \leq t < n-1 \\ LI(t+1) + LA & \text{if } t = n-1 \end{cases}$	Mit:	$LA(t) = \begin{cases} LA & \text{if } t = 0 \\ 0 & \text{if } 0 < t \leq n \end{cases}$	$LI(t+1) = LA \cdot i$
--	------	--	------------------------

Tilgungsfonds (Sinking Funds)

Ein Tilgungsfonds ist ein Investment-Konto, das vom Kreditnehmer erstellt wird, um ein tilungsfreies Darlehen am Ende der Laufzeit zurückzuzahlen. Das Guthaben des Tilgungsfonds wird bestimmt mit der folgenden Formel:

$$SFB(t+1) = SFB(t) + SFI(t+1) + SFD(t+1) - SFW(t+1)$$

Wenn die Tilgungsfondseinzahlungen, SFD (= sinking fund deposit), eine fixe Höhe haben, am Ende jeder Zinsperiode über die Laufzeit der Anleihe gezahlt werden, der Tilgungsfonds einen fixen Zinssatz hat und die Zinsperiode der Zahlungsperiode gleicht, betragen die Tilgungsfondseinzahlungen:

$$SFD = \frac{LA}{s_{\bar{n}|i^{SF}}}$$

SFB(t+1): Tilgungsfondsguthaben (sinking fund balance) zum Zeitpunkt t+1

SFB(t): Tilgungsfondsguthaben (sinking fund balance) zum Zeitpunkt t

SFI(t+1): Tilgungsfonds-Zinsen, verdient zwischen t und t+1 und gezahlt zum Zeitpunkt t+1 (sinking fund interest)

$$SFI(t+1) = SFB(t) \cdot i_{t+1}^{SF}$$

i_{t+1}^{SF} : Zinsrate des Tilgungsfonds, gültig zwischen t und t+1

SFD(t+1): Tilgungsfondseinzahlung (sinking fund deposit) zum Zeitpunkt t+1

SFW(t+1): Tilgungsfondsauszahlung (sinking fund withdrawal) zum Zeitpunkt t+1

$$SFW(t+1) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < n-1 \\ LA & \text{if } t = n-1 \end{cases}$$

Kombinations-Anleihen (Combination loans)

Eine Kombinations-Anleihe ist ein tilungsfreies Darlehen für die ersten n_0 Jahre und danach eine amortisierende Anleihe.

$$LP(t+1) = \begin{cases} [LB(t) + LA(t)] \cdot i_{t+1}^L & \text{if } t \leq n_0 \\ a_{\overline{(n-t)}|i_{t+1}^L} & \text{if } t > n_0 \end{cases}$$

n_0 : Tilgungsfreie Periode

LB(t): Noch ausstehender Anleihenbetrag nach der Rückzahlung zum Zeitpunkt t aber vor der Auszahlung weiterer Anleihenbeträge, LA(t)